



Model 2

Contestau de manera clara i raonada quatre qüestions qualssevol, escollides d'entre les dues opcions, A i B, proposades.

Disposau de 90 minuts. Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total de punts obtinguts entre 4. Només es tindran en compte les respostes clarament justificades i raonades usant llenguatge matemàtic o no matemàtic, segons correspongui. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritza l'ús de les que puguin emmagatzemar o transmetre informació.

OPCIÓ A

1. Donat el sistema d'equacions lineals

$$\begin{cases} x + y = 1, \\ ax + z = 0, \\ x + (1 + a)y + az = a + 1, \end{cases}$$

determina el paràmetre a , i resol sempre que es pugui, de manera que el sistema:

- (a) tengui solució única, (4 punts)
- (b) tengui infinites solucions, (4 punts)
- (c) no tengui solució. (2 punts)

2. Considera la funció $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ donada per

$$y = f(x) = x^3 - 3x.$$

- (a) Calcula l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció al punt d'abscissa $x = -1$. (2 punts)
- (b) Fes un esbós de la gràfica de $y = f(x)$ i calcula: els punts de tall amb els eixos, els extrems relatius i el comportament de la funció a l'infinit. (4 punts)
- (c) Calcula l'àrea del recinte limitat per la gràfica de la funció donada i la recta $y = 2$. (4 punts)



Model 2. **Opció A.** Segueix.

3. Considera el punt $P = (2, -1, 1)$ i la recta r donada per

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y + 4z - 1 = 0 \\ x + 2y - 3z - 2 = 0 \end{array} \right\} (r)$$

- (a) Calcula l'expressió de l'equació contínua de la recta r . (2 punts)
 - (b) Calcula l'equació del pla, Π , perpendicular a la recta r que passa pel punt P . (2 punts)
 - (c) Calcula el punt, Q , d'intersecció del pla Π amb la recta r . (3 punts)
 - (d) De totes les rectes que passen pel punt $P = (2, -1, 1)$, calcula aquella que talla perpendicularment a la recta r . (3 punts)
4. El nombre d'hores de vida d'un cert bacteri (tipus A) es distribueix segons una normal de mitjana 110 hores i desviació típica de 0,75 hores. Calcula la probabilitat que, escollint a l'atzar un bacteri:
- (a) el seu nombre d'hores de vida sobrepassi les 112,25 hores. (4 punts)
 - (b) el seu nombre d'hores de vida sigui inferior a 109,25 hores. (4 punts)

D'un altre bacteri (tipus B) se sap que el nombre d'hores de vida es distribueix segons una normal de mitjana 110 hores, però es desconeix la seva desviació típica. Experimentalment s'ha comprovat que la probabilitat que un bacteri tipus B visqui més de 125 hores és 0,1587. Calcula la desviació típica de la distribució del nombre d'hores de vida dels bacteris tipus B. (2 punts)



Model 2

OPCIÓ B

1. Una empresa té tres mines: **A**, **B** i **C**, i en cada una, el mineral extret conté els elements químics: níquel (Ni), coure (Cu) i ferro (Fe), en diferent concentració. Les concentracions són:

- Mina **A**: Ni (1%), Cu (2%), Fe (3%),
- Mina **B**: Ni (2%), Cu (5%), Fe (7%),
- Mina **C**: Ni (1%), Cu (3%), Fe (1%).

Per obtenir 7 tones de níquel, 18 de coure i 16 de ferro en total, quantes tones de mineral s'han d'extreure de cada mina?

- (a) Planteja un sistema d'equacions que interpreti l'enunciat. (4 punts)
- (b) Classifica el sistema. (2 punts)
- (c) Resol el sistema. (4 punts)

2. Considera la funció $f(x) = \frac{3}{x^2-x}$.

- (a) Calcula el seu domini i els intervals de creixement i decreixement. (3 punts)
- (b) Calcula una primitiva qualsevol de $f(x)$. (4 punts)
- (c) Calcula l'àrea delimitada per la gràfica de la funció $y = f(x)$, l'eix OX i les rectes $x = 2$ i $x = 3$. (3 punts)

3. Donada la recta r i el pla π

$$(r) \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-1}, \quad (\pi) \quad 3x - my + z = 1,$$

es demana si existeix algun valor del paràmetre m per al qual

- (a) el pla i la recta són paral·lels. (4 punts)
- (b) o bé, el pla conté la recta. (3 punts)
- (c) o bé, el pla i la recta es tallen exactament en un punt. (3 punts)

En cada cas, si existeix, calcula'l.



Model 2. **Opció B.** Segueix.

4. Una empresa de fabricació d'impressores té dos centres de producció, la fàbrica europea (E) i la fàbrica asiàtica (A). L'1 % de les impressores de la fàbrica E i el 3% de les impressores de la fàbrica A es produeixen amb un defecte. El mercat d'un determinat país s'abasteix d'impressores procedents de la fàbrica E en un 80%, mentre que la resta prové de la fàbrica A.
- (a) Quina és la probabilitat que una impressora d'aquest país tingui el defecte?(4 punts)
 - (b) Si el país té, aproximadament, dos milions d'impressores fabricades per aquesta empresa, quantes tindran el defecte? (2 punts)
 - (c) Si s'escull a l'atzar una impressora d'aquest país i resulta ser una impressora defectuosa, quina és la probabilitat que provingui de la fàbrica E? (4 punts)



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribució normal $N(0, 1)$